soddisfacenti alla condizione (3) corrisponde un punto reale, unico e determinato ; e, reciprocamente, a ciascun punto corrisponde una sola e determinata coppia di valori reali delle u_9 v soddisfacenti alla condizione anzidetta.

Quindi se indichiamo con x, y le coordinate rettangolari dei punti di un piano ausiliare, le equazioni

$$x = u_9 \qquad y = v$$

stabiliscono una rappresentazione della regione considerata, rappresentazione nella quale a ciascun punto di quella regione corrisponde un punto unico e determinato del piano e reciprocamente; e tutta la regione trovasi rappresentata dentro un cerchio di raggio a col centro nell'origine delle coordinate, che chiamiamo *cerchio limite.* In questa rappresentazione le geodetiche della superficie sono rappresentate dalle corde del cerchio limite, ed in particolare le geodetiche coordinate sono rappresentate dalle corde parallele ai due assi coordinati.

Vediamo ora come sia limitata, sopra la superficie, la regione alla quale si applicano le precedenti considerazioni.

Una linea geodetica uscente dal punto $(u =$ o , $v =$ o) può essere rappresentata colle equazioni

(5) $$u \bullet =- r \cos (Ji , \qquad v = r \text{ sen } [/. _y$$

dove r e p- sono le coordinate polari del punto corrispondente al punto (w, $v)$ sulla retta che rappresenta (nel piano ausiliare) la geodetica considerata. Per tali valori si ricava dalla (i), essendo [/- costante,

donde

$$R$$

dove p è l'arco della geodetica, contato dal punto $(1,1 = v =$ o). Si può scrivere anche

„ .
(6) $$P = \frac{R}{2} \log \frac{rf + \sqrt{u^2 + v^2}}{a - \sqrt{u^2 + v^2}}$$

u, v essendo le coordinate del secondo termine dell'arco p : il radicale $1/w^2$ -f- v^2 deve prendersi qui positivamente, affine di ottenere il valore assoluto della distanza p.

Questo valore è nullo per $r =$ o, va crescendo indefinitamente col crescere di r, ossia di $y\, u^2$ -|- $v^2{}_y$ da o ad $a,$ diventa infinito per $r = a,$ ossia per quei valori di #, v che sodisfano alla (4), ed è immaginario quando $r > a.$ È chiaro dunque che il contorno espresso

dall'equazione (4) e rappresentato nel piano ausiliare dal cerchio limite,